# Auftrieb und Wirbeldichte beim Fliegen

Vortrag am 6. Juli 2006 – Didaktisches Kolloquium

Universität Hannover
Institut für Didaktik der Mathematik und Physik

Dr. Wolfgang Send
Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V. (DLR)
Institut für Aeroelastik, Göttingen

Lösung von Umströmungsproblemen – Überblick
Reaktionskräfte der Strömung: Auftrieb und Widerstand
„Reibungsfreie“ Lösungen: Ideale Flüssigkeit
Die infinitesimal dünne Grenzschicht
Plausible Erklärung des Auftriebs
Wirbel und Wirbeldichte im Experiment
Plausible Erklärung des Widerstands
Empfehlungen für den Schulunterricht

Theorie
Fachwissen
Unterricht


Otto Lilienthal – Derwitz 1891

Toulouse-Blagnac 27.4.2005

## Wichtige theoretische Arbeiten aus den Anfängen

**H. Helmholtz**, Über Integrale der hydrodynamischen Gleichungen, welche den Wirbelbewegungen entsprechen. J. für Mathematik Band LV Heft 1 (1858), 25-55.

**W. Thomson**, On Vortex Motion. Trans. Roy. Soc. Edinburgh, Vol XXV (1869), 217-260 (Späterhin **Lord Kelvin**)

**W. M. Kutta** – Auftriebskräfte in strömenden Flüssigkeiten. Illustrierte aëronautische Mitteilungen 6 (1902), 133-135

**L. Prandtl**, Ueber Flüssigkeitsbewegung bei sehr kleiner Reibung. Verh. III. Int. Math. Kongress Heidelberg 1904, Teubner Verlag Leipzig 1905, 484-491.

**N. Joukowsky**, Über die Konturen der Tragflächen der Drachenflieger. Z. für Flugtechnik und Motorluftschiffahrt, Jahrgang I. Heft 22 (1910), 281-284.

**W. M. Kutta**, Über eine mit den Grundlagen des Flugproblems in Beziehung stehende zweidimensionale Strömung. Sitzungsb. der Königlich Bayer. Akademie der Wiss. Math.-phys. Klasse Jahrg. 1910, 2. Abhandlung.

**L. Prandtl**, Tragflügeltheorie. 1. Mitt. Nachr. Ges. Wiss. Gött., Math.-phys. Klasse 1918, 179-182.

**L. Prandtl**, Tragflügeltheorie. 2. Mitt. Nachr. Ges. Wiss. Gött., Math.-phys. Klasse 1919, 107-1137.

# Ein Jahrhundert Aeronautik – Theorie und Produkte

## Widerstand überwinden, Gewicht tragen - Schubkraft erzeugen



Institut für Aeroelastik
DLR

# Woher kommt die gewaltige Tragkraft (Auftriebskraft) von über 5.000.000 N?


**Beim Erstflug - Toulouse-Blagnac am 27.4. 2005**



Institut für Aeroelastik
DLR

*Empfehlung für ein modernes Lehrbuch:*

**Principles of Ideal-Fluid Aerodynamics**

**Krishnamurty Karamcheti**

Robert E. Krieger Publishing Company, Huntington N.Y., 1980

**Information:** Second edition with corrections (Original Edition 1966)

**Anmerkung:** Das Buch von Karamcheti gilt international als „das“ Standardwerk zu den Grundlagen der klassischen Aerodynamik.

## Werkzeuge I:

- Vektor Algebra und Analysis
- Potentialtheorie
- Partielle Differentialgleichungen
- Funktionentheorie (2D)
- Theoretische Mechanik

## Werkzeuge II:

Lösungsverfahren sind in der Frühzeit algebraische Operationen und Reihenentwicklungen.

Numerische Methoden mit den ersten Berechnungen zur Stabilitätsanalyse von Flugzeugen (um 1930).

## Ausgangssituation:

Ein beliebiger Körper bewegt sich gleichförmig durch ein ruhendes Fluid. Die aerodynamisch günstigen Körper, die Tragflächen, sind seit Lilienthal bekannt und erforscht, die Existenz einer tragenden Querkraft offenkundig.

## Fragestellung:

Wie kann man mathematisch beschreiben, dass dieser Körper eine Querkraft erfährt, obwohl die Gesamtkraft $\boldsymbol{F}$ nach der Theorie*) verschwinden muss?

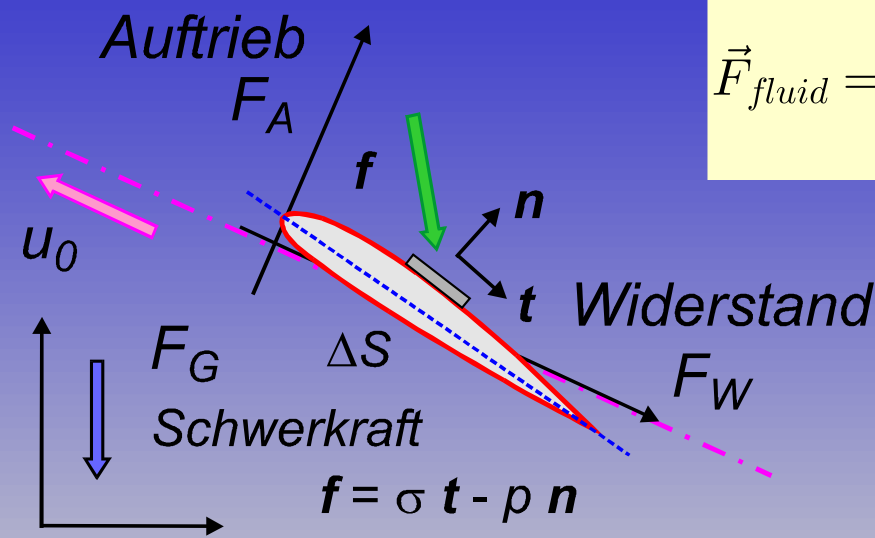
*) Was genau mit „Theorie“ gemeint ist, wird nachfolgend geklärt.

# Theoretische Grundlagen der historischen Arbeiten

## Mathematische Werkzeuge und Fragestellung



Institut für Aeroelastik
DLR




$$\vec{F}_{fluid} = \begin{bmatrix} F_W \\ 0 \\ F_A \end{bmatrix}$$

| Kraftdichte $f$ Komponente | aus Druck $p$ | aus Schubspannung $\sigma$ |
|---|---|---|
| in Bahnrichtung | Effekt klein | (bahnbezogener) Widerstand $F_W$ |
| quer zur Bahnrichtung | (bahnbezogener) Auftrieb $F_A$ | Effekt klein |

## Kinematische Betrachtung

Die Reaktionskraft ***F*** des Fluids wird in eine Komponente in Richtung der Trajektorie (Widerstand) und eine senkrecht dazu (Auftrieb) zerlegt.

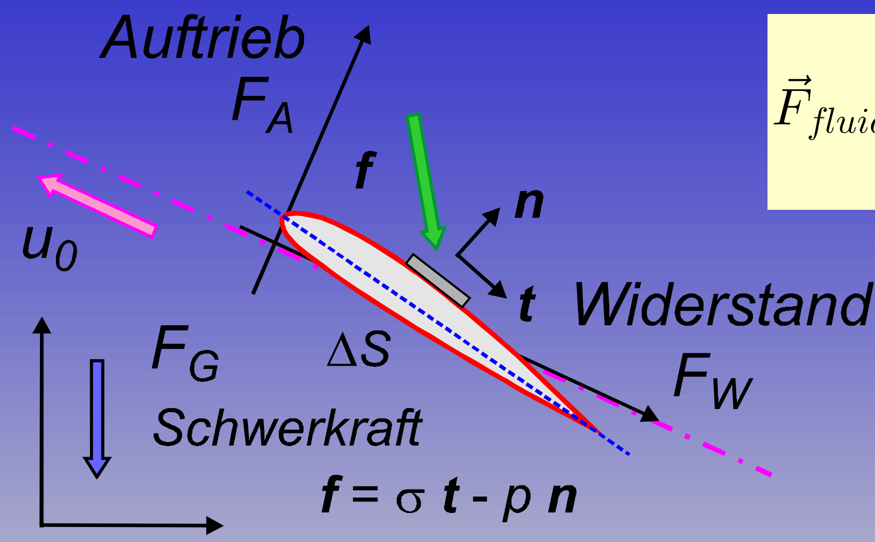
## Physikalische Betrachtung

Die örtliche Reaktionskraft des Fluids lässt sich aufteilen in eine Komponente senkrecht zur Oberfläche, den Druck $p$, und eine parallel dazu, die Schubspannung $\sigma$.

# Reaktionskraft der Strömung – Kinematische Betrachtung

## Auftrieb und Widerstand


Institut für Aeroelastik
DLR




$$\vec{F}_{fluid} = \begin{bmatrix} F_W \\ 0 \\ F_A \end{bmatrix}$$

**Mitbewegtes Bezugssystem**

Koordinatensystem mit Ausrichtung auf die gleichförmige Bewegung längs der Trajektorie.

**Physikalische Betrachtung**

Die Reaktionskraft des Fluids lässt sich aufteilen in einen Anteil aus dem Druck $p$ und einen Anteil aus der Schubspannung $\sigma$.

$$\vec{F}_{fluid} = \iint_S \left[ (-\,p) \cdot \vec{n}_S + \sigma \cdot \vec{t}_S \right] \cdot dS = \vec{F}_p + \vec{F}_\sigma$$

(Geschlossenes Integral über die Oberfläche)

# Reaktionskraft der Strömung – Physikalische Betrachtung

## Druckkraft und Reibungskraft




Institut für Aeroelastik DLR

$$\vec{F}_{fluid,p} = \int_S\int (-p) \cdot \vec{n}_S \cdot dS = \vec{F}_p$$

## Physikalische Annahmen

Neben der Reibungsfreiheit (keine Zähigkeit) wird zusätzlich angenommen, dass das Fluid inkompressibel und homogen ist:

***Die „ideale“ Flüssigkeit***

## Wahl des Bezugssystems

**Fluidfest:** Ist das Bezugssystem mit dem ruhenden Fluid fest verbunden, dann ist auch eine gleichförmige Translation eine instationäre Bewegung.

**Mitbewegt:** Im mitbewegten Bezugssystem ergibt eine gleichförmige Translation eine Lösung, die von der Zeit unabhängig ist (stationäre Lösung).

## Kraftgesetz für die ideale Flüssigkeit

Das Newtonsche Gesetz $m\ a = f$ lautet für eine ideale Flüssigkeit (Eulersche Gleichung):

$$\rho_0 \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{f} - grad\ \ p$$

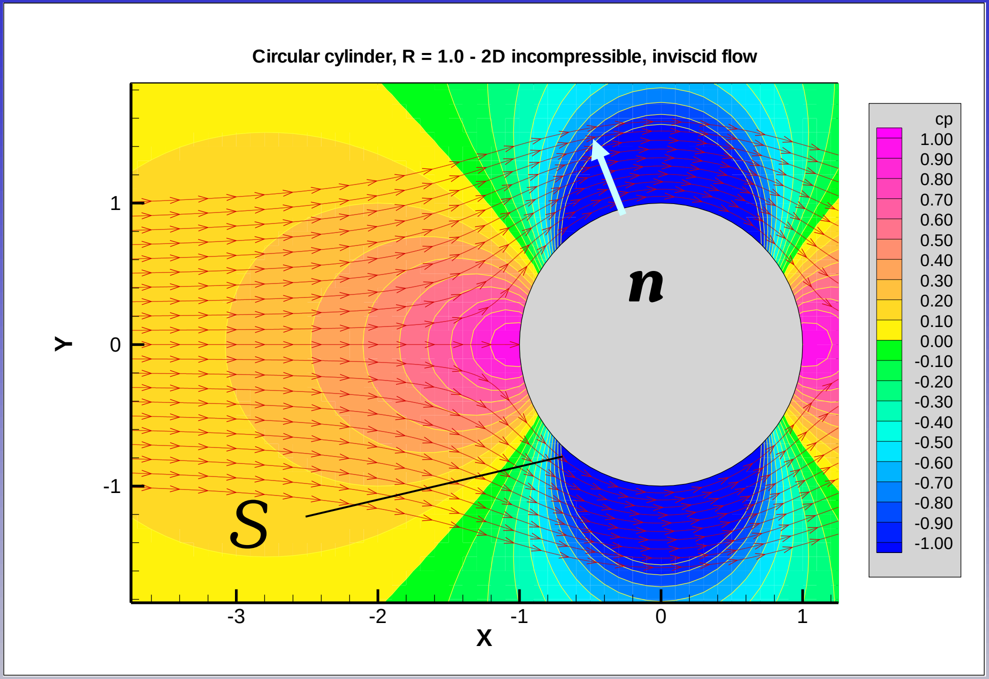
Geschwindigkeit $\boldsymbol{v}$ und Druck $p$ hängen ab vom Ort $(x,y,z)$ und der Zeit $t$. Die Dichte $\rho_0$ ist konstant. Die externe Kraft $\boldsymbol{f}$ ist zumeist die Schwerkraft ($\boldsymbol{f}$=-$\rho_0\ \boldsymbol{g}$).

Auch ohne externe Kraft erfahren die Partikel in einem Fluid stets eine Beschleunigung in Richtung des größten negativen Druckgradienten (Richtung des größten Unterdrucks).

# Beschreibung der Druckkraft in einem idealen Fluid

**Fluid (Flüssigkeit) ohne Reibung**


Institut für Aeroelastik DLR




## Umströmung des Kreiszylinders

Das Beispiel zeigt die Umströmung eines Kreiszylinders im mitbewegten Koordinatensystem; gleichförmige Bewegung ohne Eigendrehung (Spin). Die Stromlinien sind die Integralkurven von $\boldsymbol{v}_{\mathrm{rel}}$.

Zusätzlich dargestellt ist das Druckfeld.

## Randbedingung

Das Geschwindigkeitsfeld der Relativbewegung des Fluids muss auf der gesamten Oberfläche tangential zur Oberfläche verlaufen, die Normalkomponente folglich verschwinden:

$$\vec{v}_{rel}(\vec{x}_S, t) = \vec{v}(\vec{x}_S, t) + \underline{\vec{v}_{kin}(\vec{x}_S, t)}$$

**Gesucht wird diese Bewegung des Fluids!**

$$\boxed{\vec{v}_{rel}(\vec{x}_S, t) \cdot \vec{n}(\vec{x}_S, t) = 0 \qquad \forall\, \vec{x}_S \in S}$$

# Formulierung des Umströmungsproblems

**Stationäre Lösung im mitbewegten Koordinatensystem**



Institut für Aeroelastik DLR

## Eulersche Gleichung

$$\rho_0 \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{f} - grad\ \ p$$

## Bernoullische Gleichung

Im stationären Fall und für $\boldsymbol{f} = -\rho\, g\, grad\ (h)$ (Schwerefeld)folgt ein erstes Integral der Eulerschen Gleichung:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \boxed{\vec{v} \cdot grad\ \ \vec{v}}$$

$$grad\left(\boxed{\rho_0 \cdot \frac{v^2}{2} + p + \rho_0 \cdot g \cdot h}\right) = 0$$

$= \text{konstant}$

**Lösungsverfahren für $\boldsymbol{v}$:**

**1. Ansatz $\boldsymbol{v}$ = - grad $\varphi$**

Lösungsansatz für eine große Klasse von Lösungen 2D und 3D; die so genannten „Singularitätenverfahren“.

**2. Funktionentheoretische Verfahren**

Anwendbar nur für 2D Strömungen; Methode der konformen Abbildungen

### Gleichung für den Druckbeiwert

Vergleich von zwei Orten in der Strömung mit gleichem $h$, bei denen an einem Ort (Index „0“) Druck und Geschwindigkeit bekannt sind:

$$c_p(\vec{x}) := \frac{p(\vec{x}) - p_0}{\frac{1}{2} \cdot \rho_0 \cdot v_0^2} = 1 - \frac{v^2(\vec{x})}{v_0^2}$$

**Aber: Anwendung der Bernoullischen Gleichung verlangt Kenntnis der Geschwindigkeit des Fluids!**

## Ansätze zur Lösung des Umströmungsproblems

### Beschaffung des Drucks im stationären Fall



Institut für Aeroelastik
DLR

## Vorbemerkungen

- Die Klasse der stationären 2D Lösungen für die Umströmung von Körpern in einem idealen Fluid schränkt die reale Physik extrem ein. Die Lösungsverfahren sind sehr unanschaulich.
- Die Lösungen enthalten ein willkürliche Konstante, die Zirkulation $\Gamma$, deren Größe nicht allein auf mathematischem Wege sinnvoll bestimmt werden kann (Kuttasche Abflussbedingung).

Auftrieb je m Spannweite:

$$F_A/m = \rho_0 \cdot u_0 \cdot \Gamma$$

## Eigenschaften der Lösungen (I)

- Die Reaktionskraft des Fluids auf einen geschlossen Körper ist im allgemeinen gleich Null, obwohl das Fluid lokal verdrängt und um den Körper gelenkt wird (tangentiale Umströmung!).
- Erst die Einführung einer Hilfsgröße, der so genannten Zirkulation, liefert Lösungen mit einer von Null verschiedenen Reaktionskraft.
- Diese Reaktionskraft steht stets senkrecht auf der Richtung der Bewegung des Körpers gegenüber dem ruhenden Fluid. Folglich wird nur eine Auftriebskraft erzeugt, die keine Leistung umsetzt.
- Da es sich um eine leistungslose Umströmung handelt, behält die Anströmung ihre Richtung hinter dem Körper bei und wird nicht umgelenkt *).

*) Der mathematische Beweis steht in der zitierten Arbeit von Kutta (1910). Er kann auch nachgelesen werden in folgendem Lehrbuch: H. Schlichting, E. Truckenbrodt, Aerodynamik des Flugzeugs, Springer Verlag Berlin/Göttingen/Heidelberg 1959, Kap. 6.22

# Klasse der stationären 2D Lösungen für die ideale Flüssigkeit

### Eigenschaften der Druckkraft - Zirkulation


Institut für Aeroelastik
DLR

## Anmerkung

Die Klasse der stationären 2D Lösungen für die Umströmung von Körpern in einem idealen Fluid gilt für beliebig viele Körper in einem Fluid. Deshalb lässt sich auch der Flügelschnitt eines Rotors berechnen.

Die Bahn des Blattelements verläuft auf einer Zylinderfläche konzentrisch zur Drehachse und wiederholt sich dort (wegen der stationären Bewegung) unendlich oft. Die Abwicklung in die Ebene liefert eine unendliche Folge von gestaffelten Profilen, die je nach Staffelungswinkel den Radialschnitt einer Turbine oder eines Kompressors abbilden.

## Eigenschaften der Lösungen (II)

- Auch für jede endliche Anzahl von gestaffelten Tragflächen („N“-Decker) behält die Anströmung ihre Richtung hinter dem Körper bei und wird nicht umgelenkt *). Anschaulich behält ein Partikel in einer horizontalen Anströmung seine „Höhe“ weit vor und weit hinter der umströmten Tragfläche.

- Erst die Abwicklung des Radialschnitts eines Rotorblatts als ebenes Gitter liefert einen Winkel zwischen der Zuströmung vor dem Gitter und der Abströmung hinter dem Gitter.

- Im Gegensatz zur einzelnen Tragfläche bzw. endlich vielen Tragflächen in ebener Anströmung ist der Rotor eine Arbeitsmaschine. Einem solchen Gitter wird Arbeit entnommen oder zugeführt.

*) Auch dieser mathematische Beweis kann nachgelesen werden in dem bereits zitierten Lehrbuch von H. Schlichting, E. Truckenbrodt, Aerodynamik des Flugzeugs, dort in Kap. 6.122.

# Klasse der stationären 2D Lösungen für die ideale Flüssigkeit

### Eigenschaften gestaffelter Tragflächen



Institut für Aeroelastik
DLR

**In gebotener Kürze:**
Der Fundamentalsatz der Vektoranalysis legt – zusammen mit der Eulerschen Gleichung - das Gegenteil von dem nahe, was man in der Frühzeit der Aerodynamik als probaten Ansatz für die Lösung von Umströmungsproblemen angesehen hat: $\boldsymbol{v}$ = **-grad** φ .

**Fundamentalsatz der Vektoranalysis**

Jedes Vektorfeld (also auch das Geschwindigkeitsfeld $\boldsymbol{v}(\boldsymbol{x},t)$ für die Fluidbewegung) kann dargestellt werden als Summe aus

- dem Gradient eines skalaren Potentials φ,
- der Rotation eines divergenzfreien Vektorpotentials $\boldsymbol{A}$ und
- einer Konstanten $\boldsymbol{v}_0$.

$$\vec{v}(\vec{x},t) = -\,grad\ \ \varphi(\vec{x},t) + rot\ \ \vec{A}(\vec{x},t) + \vec{v}_0$$

$$\delta = div\ \ \vec{v} \qquad \vec{j} = rot\ \ \vec{v}$$

Quelldichte $\delta$ Wirbeldichte $\boldsymbol{j}$

## Die „infinitesimal“ dünne Grenzschicht nach L. Prandtl (I)

### $\boldsymbol{v}$ = -grad φ – Ein kapitales Missverständnis in der Frühzeit der Aerodyamik


Institut für Aeroelastik DLR

$$\vec{A}(\vec{x},t) = \frac{1}{4\pi} \cdot \int\int\int \frac{\vec{j}(\vec{x}',t)}{|\vec{x}-\vec{x}'|} \cdot dV'$$

$$\vec{j} = rot\ \ \vec{v}$$

Wirbeldichte ***j***

**Konsequenzen**

Die Physik der Eulerschen Gleichung zeigt, dass man für die Lösung von Umströmungsproblemen sinnvollerweise

- mit dem skalaren Potential die Eigenschaft der Kompressibilität und
- mit dem Vektorpotential die Eigenschaft der Viskosität beschreibt.

Noch deutlicher ausgedrückt: Für den gesamten Bereich der inkompressiblen Strömung kommt man ohne das skalare Potential aus. Das Verständnis der Physik wird damit bedeutend einfacher.

$$\vec{v}(\vec{x},t) = \boxed{-\ grad\ \ \varphi(\vec{x},t)} + \boxed{rot\ \ \vec{A}(\vec{x},t)} + \vec{v}_0$$

Term beschreibt Kompressibilität

Term beschreibt Viskosität

# Die „infinitesimal“ dünne Grenzschicht nach L. Prandtl (II)

**Inkompressible Strömung vollständig beschrieben durch Wirbeldichte!**



Institut für Aeroelastik DLR

**Eine wichtige Einsicht:**
Wieso kommt man mit einem „völlig anderen“ Ansatz des Vektorpotentials zu praktisch den gleichen Strömungsbildern?

Für das skalare Potential φ hat man nicht irgendein beliebiges Potential nehmen können. Man stellte fest, dass nur Dipolpotentiale geeignete Lösungsansätze bieten. **Aber warum?**

### Das Ampéresche Theorem

Das Geschwindigkeitsfeld im Außenraum einer Schicht flächenhafter Wirbeldichte $\mathbf{j}_F$ wird dargestellt durch die Rotation des zugehörigen Vektorpotentials, in dem $\mathbf{j}_F$ als Funktion auftritt.

Das gleiche Geschwindigkeitsfeld kann aber auch durch ein ganz spezielles skalares Potential dargestellt werden, nämlich durch das Dipolpotential derjenigen Dipolschicht $\sigma$, die über die Beziehung

$$grad\ \ \sigma \times \vec{n}_S = \vec{j}_F$$

mit der flächenhaften Wirbeldichte $\mathbf{j}_F$ zusammenhängt. $\boldsymbol{n}_S$ ist der örtliche Normalenvektor der Fläche.

$$\Phi(\vec{x},t) = \frac{1}{4\pi} \cdot \iint_S \sigma(\vec{x}',t) \cdot \frac{\vec{n}_S{}'(\vec{x}')\cdot(\vec{x}-\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|^3} \cdot dS'$$

## Die „infinitesimal“ dünne Grenzschicht nach L. Prandtl (III)

**Nur die infinitesimal dünne Grenzschicht gestattet die Druckberechnung**



Institut für Aeroelastik
DLR

**So klärt sich die Frage auf:**
Wieso kommt man mit dem „völlig anderen“ Ansatz des Vektorpotentials zu praktisch den gleichen Strömungsbildern? Nur das skalare Dipolpotential ist geeignet für den Lösungsansatz durch den tieferen Zusammenhang mit dem Abfluss der flächenhaften Wirbeldichte.

**Die Beschaffung des Drucks erfordert den Umweg über das skalare Potential.**

**Konsequenzen**

Wird die Zähigkeit des Fluids über die infinitesimal dünne Grenzschicht berücksichtigt, dann kann man ein erstes Integral der Eulerschen Gleichung bilden und damit den Druck berechnen.

$$grad\ \sigma \times \vec{n}_S = \vec{j}_F$$

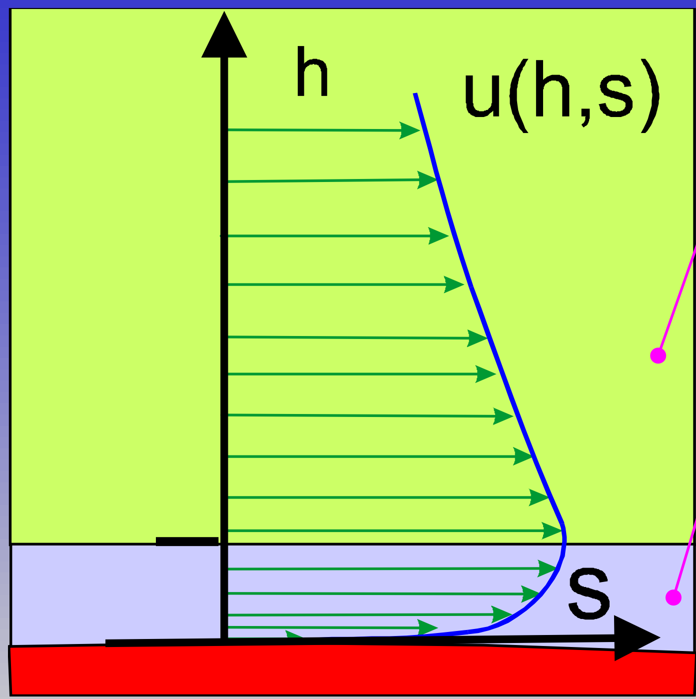
$$\vec{v}(\vec{x},t) = -\,grad\ \Phi(\vec{x},t) \overset{!}{=} rot\ \vec{A}_F(\vec{x},t)$$

# Die „infinitesimal“ dünne Grenzschicht nach L. Prandtl (IV)

**Die Dipolbelegung $\sigma$ liefert das gleiche Geschwindigkeitsfeld wie die flächenhafte Wirbeldichte $\mathbf{j}_F$**

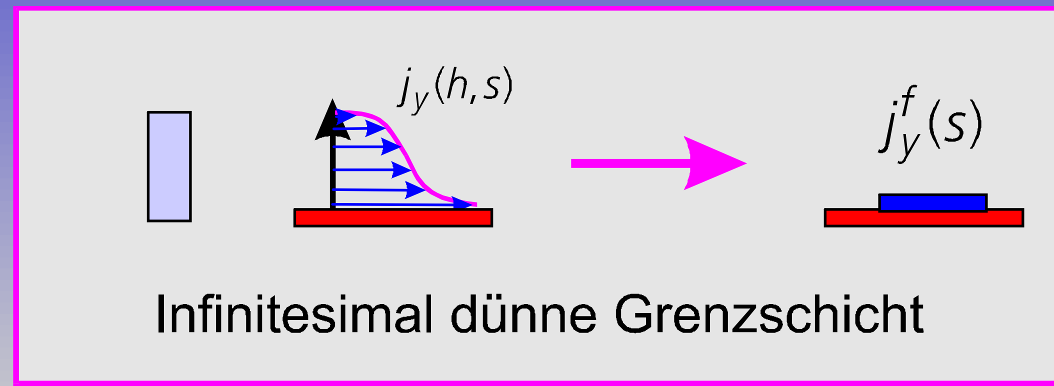


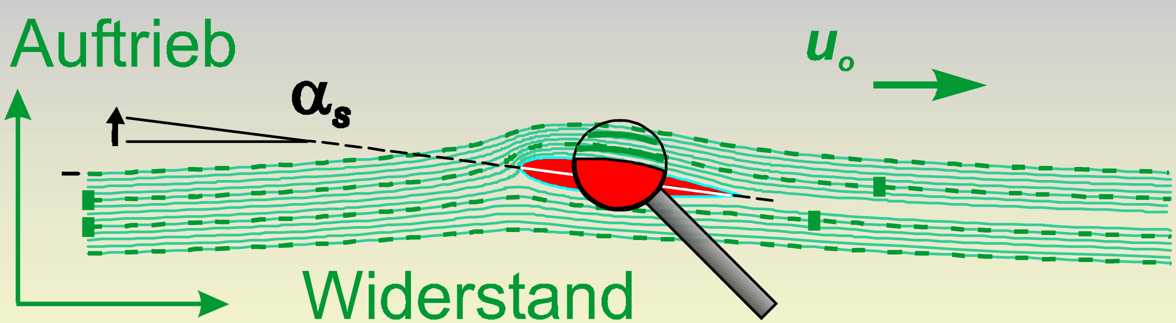
Institut für Aeroelastik
DLR




Außenströmung
Partikel werden verdrängt.

Grenzschicht
Partikel werden mitgerissen.




$$\sigma_0(s) = \eta \cdot \left[\frac{\partial u(h,s)}{\partial h}\right]_{h=0}$$

Schubspannung auf der Oberfläche
Zähigkeit $\eta$ der Strömung

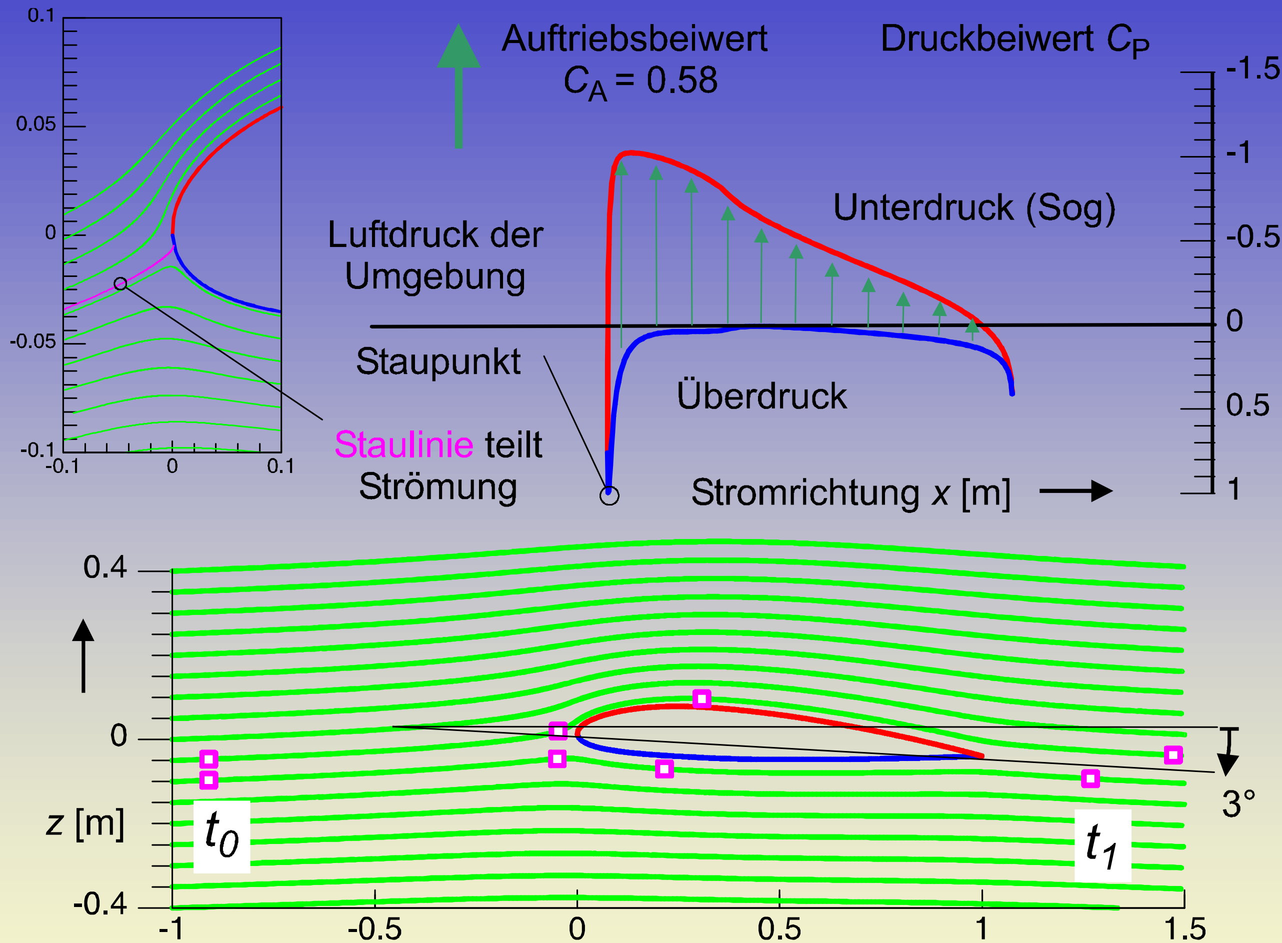
# Die „infinitesimal“ dünne Grenzschicht nach L. Prandtl (V)

## Mathematische Konzept der flächenhaften Wirbeldichte



Institut für Aeroelastik DLR

**In einer plausiblen Erklärung müssen sich die wesentlichen Ergebnisse der 2D Rechnung wiederfinden.**



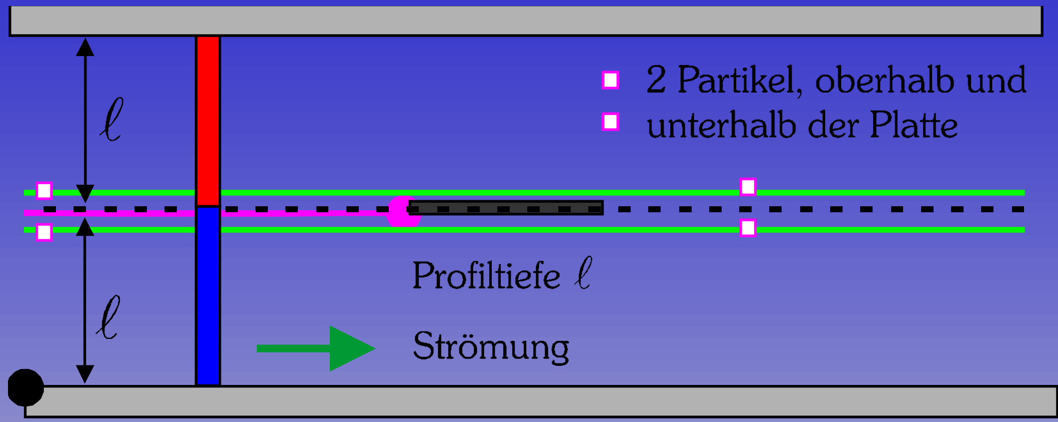

**Der 2D Schnitt durch eine Tragfläche zeigt die typische Druckverteilung und die Stromlinien.**

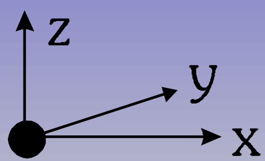
- **Auftrieb wird vorzugsweise durch Unterdruck auf der Oberseite verursacht.**
- **Im 2D Fall „ohne Reibung“ steht die resultierende Kraft der Strömung senkrecht auf der Anströmung.**
- **Partikelbahnen werden „im Großen“ nicht abgelenkt, sondern bleiben auf einer „Höhe“.**

# Genaue Berechnung des Auftriebs

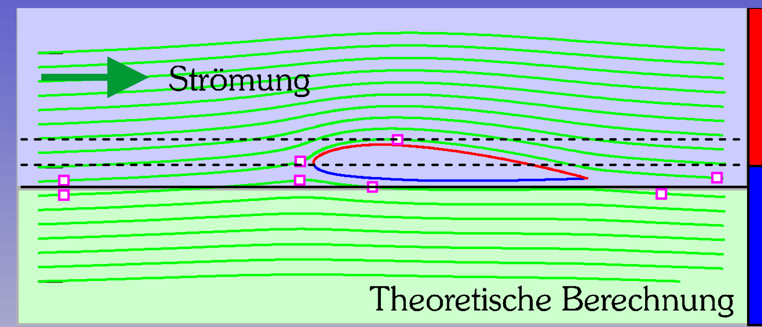
## 2D ideales Fluid mit flächenhafter Wirbeldichte – Profil NACA2312


Institut für Aeroelastik
DLR

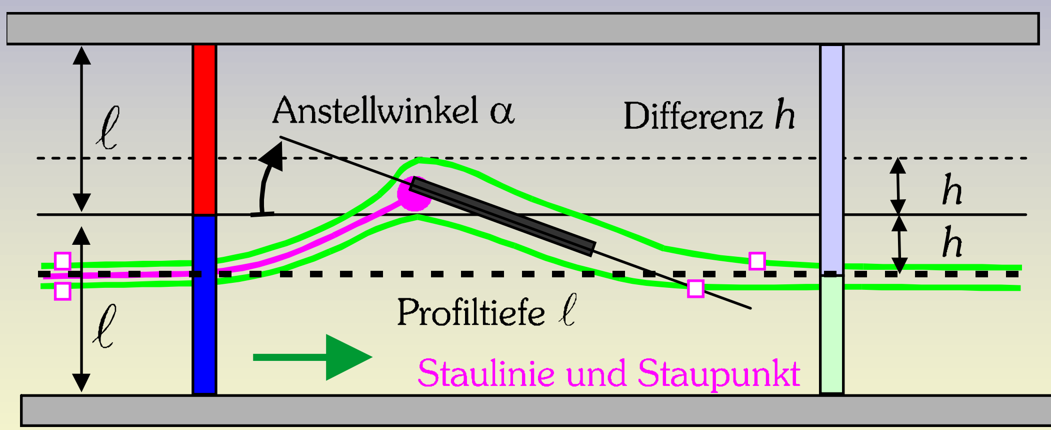



**Querschnitt durch Strömungskanal.**
Koordinate x in Stromrichtung, y in Spannweite und z senkrecht zu x und y.




## 2D Tragfläche mit Auftrieb
**Querschnitt NACA2312, Anstellwinkel 3°**



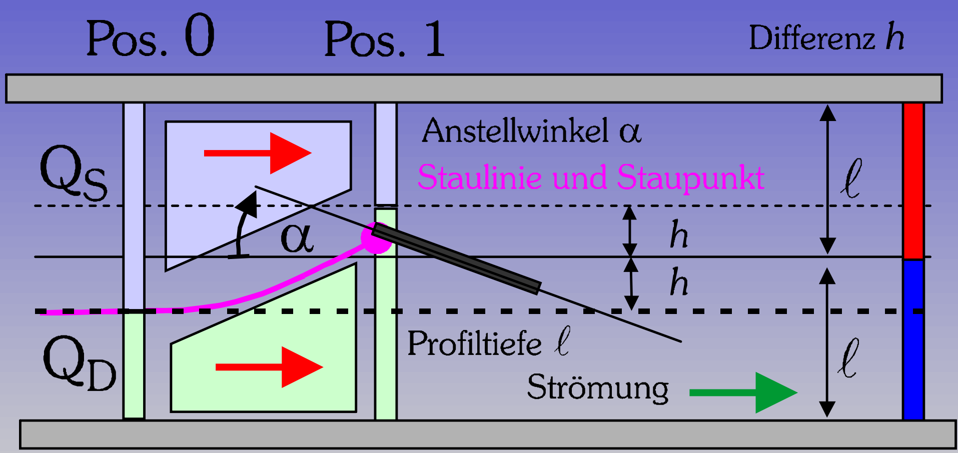

## Kanalgeometrie, Höhe H = $2\ell$

Einfache Annahme für $h$:
$2h = \ell \sin\alpha$
Stirnhöhe des Profils beim
Anstellwinkel $\alpha$

**Die Betrachtung des Kanalquerschnitts mit fester Geometrie ist eine zulässige Vereinfachung, da Messungen in einem realen Windkanal in gleicher Weise stattfinden.**

# Plausible Erklärung des Auftriebs (I)

**Der wesentliche Kern der Vereinfachung beruht auf der Absenkung der teilenden Stromlinie, die in der Theorie wie im Experiment beobachtet wird.**




**Kanalgeometrie, Breite $B$, Höhe $H = 2\ell$**

Einfache Annahme für $h$: $2h = \ell \sin \alpha$
Stirnhöhe des Profils beim Anstellwinkel α

Die Mengen $Q_S$ und $Q_D$ in m³/s, die einströmen, bleiben konstant. Bei Änderung der Querschnitte ändern sich deshalb die Geschwindigkeiten von Position 0 nach 1.

$$Q_S = B \cdot (\ell + h) \cdot u_0 = B \cdot (\ell - h) \cdot u_{1S}$$

$$Q_D = B \cdot (\ell - h) \cdot u_0 = B \cdot (\ell + h) \cdot u_{1D}$$

Bernoullische Gleichung für Druckbeiwert $c_P(x)$ auf Oberseite (Saugseite) und Unterseite (Druckseite). Beiwert in grober Näherung konstant angenommen. Auftriebsbeiwert folgt aus Integration von 0 bis $\ell$.

$$c_{P,S}(x) = 1 - \left(\frac{u_{1S}}{u_0}\right)^2, \quad c_{P,D}(x) = 1 - \left(\frac{u_{1D}}{u_0}\right)^2$$

$$F_A = c_A \cdot q_0 \cdot B\ell, \quad q_0 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_0^2$$

$$c_A = \frac{1}{\ell} \int_0^\ell \left(c_{P,D} - c_{P,S}\right) dx$$

Für kleine Winkel ergibt sich: $c_A \cong 4 \cdot \sin\alpha$

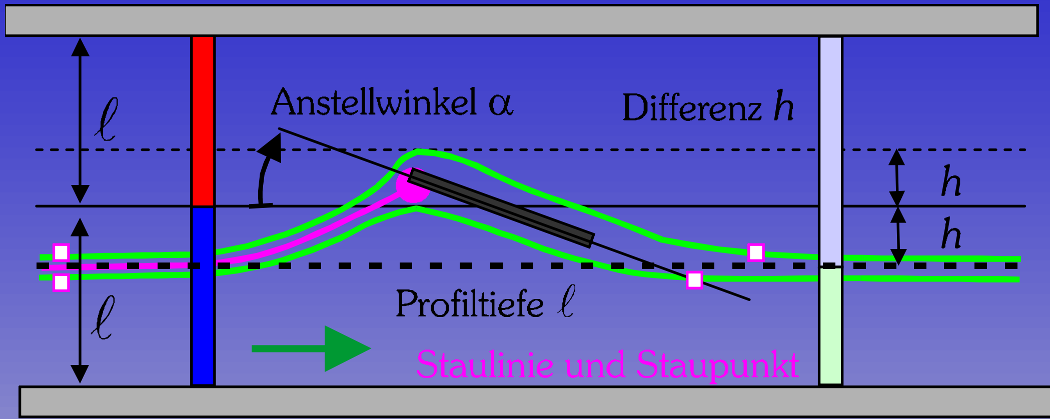
Analytische “exakte” Lösung: $c_A \cong 2\pi \cdot \sin\alpha$

# Plausible Erklärung des Auftriebs (II)



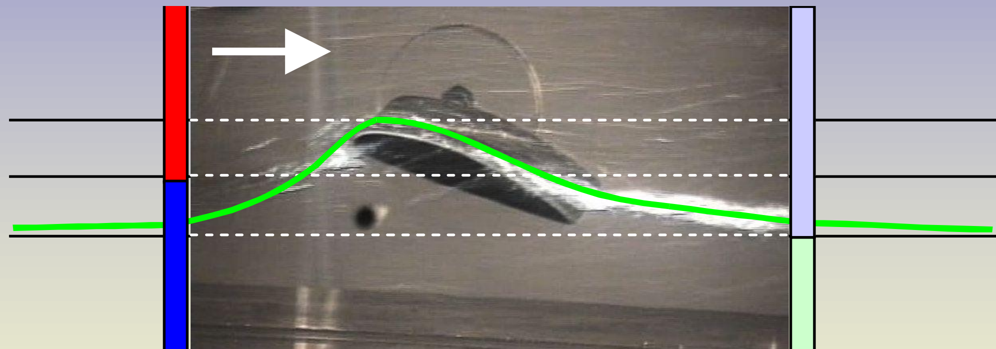
Institut für Aeroelastik

DLR

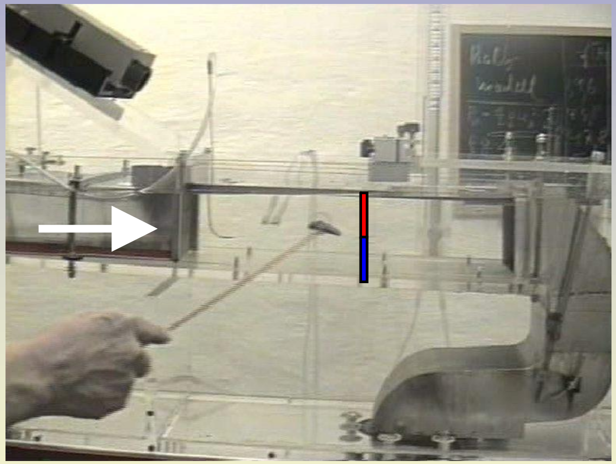


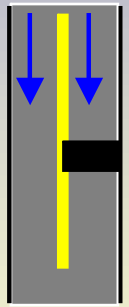

**Kanalgeometrie, Höhe $H = 2\ell$**

**In den Wasserkanal wird mit einer feinen Düse Luft eingeblasen. Ein Lichtschnitt erhellt den relevanten Streifen. Die Bläschen werden vom Wirbel eingefangen.**



**Halbmodell im Wasserkanal**
Großer Anstellwinkel, Randwirbel





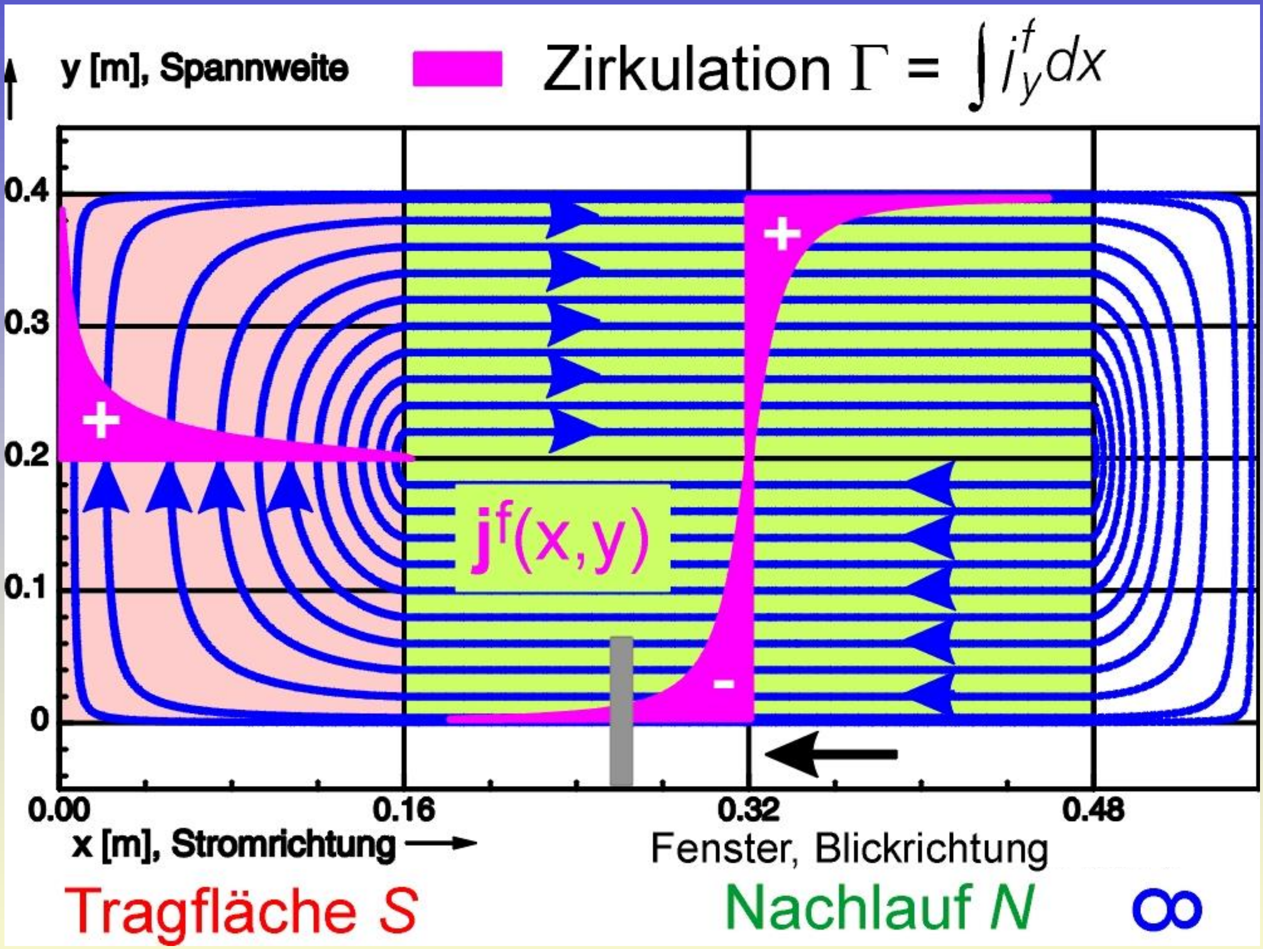
# Plausible Erklärung des Auftriebs (III)

## Eigene Experimente zur Überprüfung der Annahmen



Institut für Aeroelastik
DLR

## Flächenhafte Wirbeldichte als Lösung für die ebene angestellte Platte: „Hufeisenwirbel“
## Integralgleichung für tangentiale Umströmung.




**Flächenhafte Wirbeldichte als Lösung für die ebene angestellte Platte: „Hufeisenwirbel“**

**Integralgleichung für tangentiale Umströmung.**

**Die Linien sind die Integral-kurven des Vektorfeldes der flächenhaften Wirbeldichte.**

**Man beachte, dass die Wirbel im Unendlichen geschlossen sind (der „Anfahrwirbel“).**

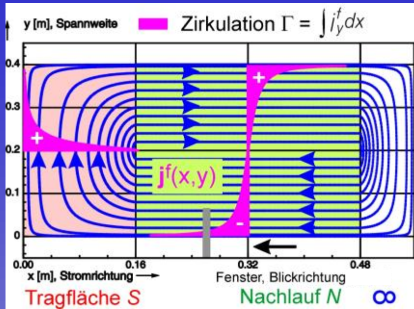
**Die graue Fläche zeigt die Blickrichtung gegen die Hinterkante im nachfolgenden Experiment.**

**Mit „Particle Image Velocimetry“ (PIV) ist der abfließende Wirbel sichtbar gemacht worden.**

# Auftrieb und Wirbeldichte

## 3D kein Auftrieb ohne Wirbel – Sonderfall des 2D Schnitts


Institut für Aeroelastik
DLR

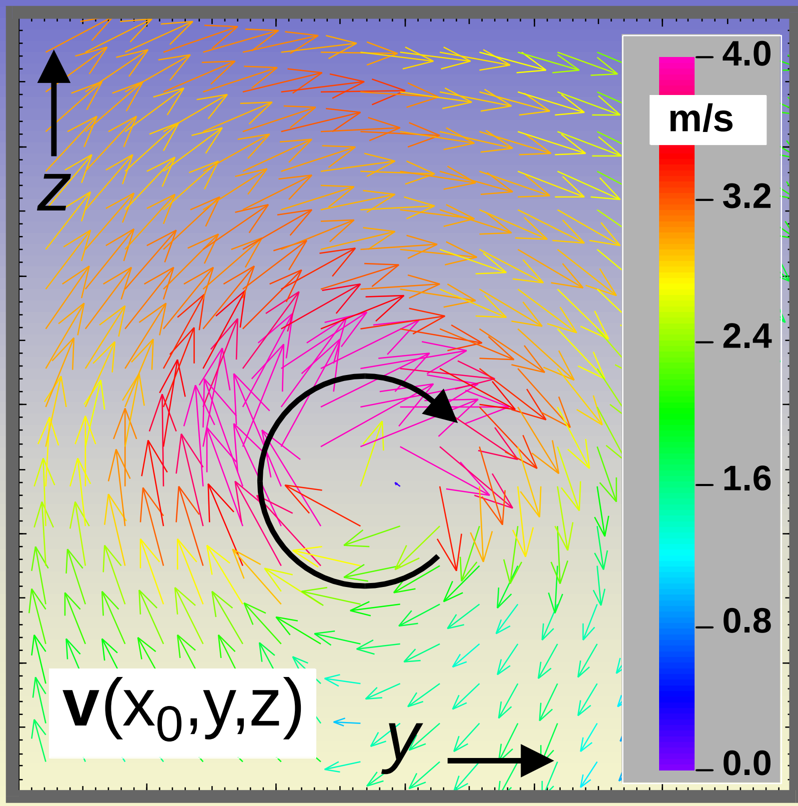


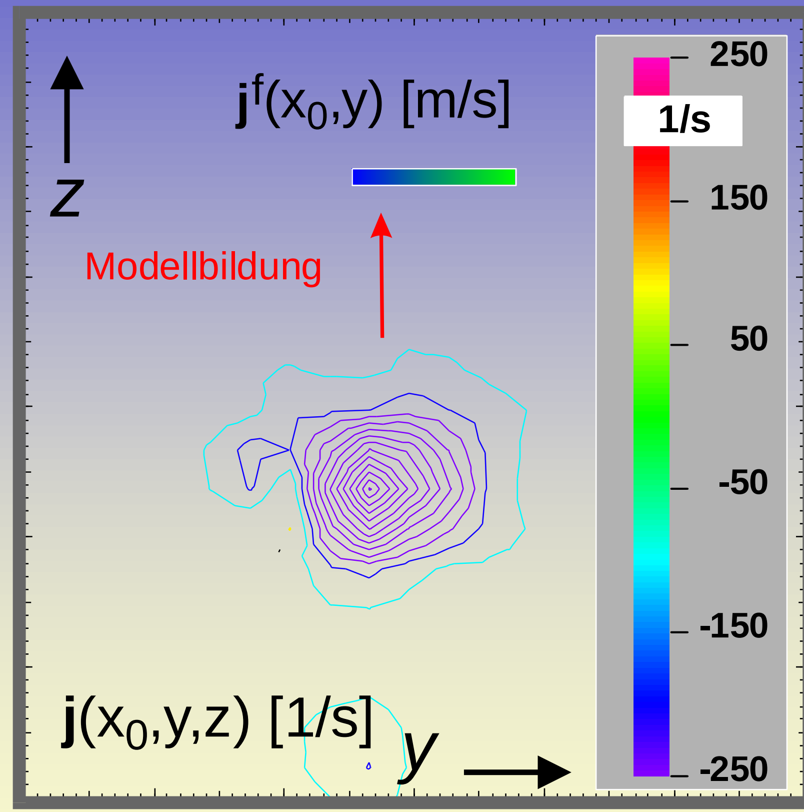

## Vermessung des stationären Geschwindigkeitsfeldes hinter der Tragfläche des RL3 mit „Particle Image Velocimetry (PIV).

Messung und Auswertung: Kollegen der PIV-Gruppe beim DLR in Göttingen



Dazu ein einfaches Schulexperiment:
www.aniprop.de/aniprop_kwk1_3dwirbel.html




# Geschwindigkeitsfeld und Wirbeldichtefeld

## j = rot v: Indikator für Gebiete mit dissipativen Prozessen

“Alles Fliegen beruht auf Erzeugung von Luftwiderstand,
alle Flugarbeit besteht in Überwindung von Luftwiderstand.“
Otto Lilienthal, Der Vogelflug als Grundlage der Fliegekunst. Berlin 1889

„Wenn ein Körper sich durch die Luft bewegt, so werden die Luftteile vor dem Körper gezwungen, auszuweichen und selbst gewisse Wege einzuschlagen. Auch hinter dem Körper wird die Luft in Bewegung geraten.

Die hinter dem Körper befindliche Luft wird teilweise die Bewegungen des Körpers mitmachen, und außerdem werden gewisse regelmäßige Wirbelbewegungen in der Luft entstehen, welche sich noch eine Zeit lang auf dem von dem Körper in der Luft beschriebenen Wege vorfinden werden und erst allmählich durch die gegenseitige Reibung aneinander zur Ruhe kommen.

**Der vorher in Ruhe befindlichen Luft müssen alle diese Bewegungen, die für das Hindurchlassen des Körpers durch die Luft nötig sind, erst erteilt werden; und deshalb setzt die Luft dem in ihr bewegten Körper einen gewissen meßbaren Widerstand entgegen, zu dessen Überwindung eine gleich große Kraft gehört.“**

# Plausible Erklärung des Widerstands

## Otto Lilienthal, Luftfahrtpionier und „Großmeister“ der Fliegekunst



Institut für Aeroelastik
DLR

Zusammenfassend seien einige Empfehlungen für den Schulunterricht gegeben, die für den Unterricht einen neuen Einstieg bedeuten:

- **Bei jeder Unterrichtung der Physik des Fliegens sollte die Erscheinung der Randwirbel zu den ersten Experimenten zählen, die die Beobachtung des Auftriebs begleiten.**
- **Der Auftrieb ist in seinem physikalischen Kern eine dreidimensionale Erscheinung. Erst müssen die räumlichen Beobachtungen zur Entstehung der Druckdifferenzen und ihres Ausgleichs stattfinden.**
- **Dazu zählt in der Sekundarstufe I auch der Bau eigener kleiner Flugmodelle, für die es im Handel ausgezeichnete Vorlagen gibt.**
- **Dann kann man in einem zweiten oder dritten Schritt die Erscheinung des Auftriebs im Flügelschnitt isolieren und gegebenenfalls auf eine theoretische Beschreibung zugehen.**
- **Die derzeitigen didaktischen Konzepte gehen genau den entgegengesetzten Weg. Nur der zweidimensionale Schnitt steht im Vordergrund. Man verstrickt sich in unzulänglichen und oft falschen Erklärungen, bevor die wesentlichen Phänomene überhaupt gezeigt worden sind.**
- **Wenn man das richtige Ziel der räumlichen Tragfläche vor Augen hat, lassen sich Experimente schon mit vergleichsweise einfachen Mitteln realisieren.**

# Empfehlungen für den Schulunterricht

## W. Send, „Auftrieb und Wirbeldichte beim Fliegen“ – DPG Jahrestagung 2002



Institut für Aeroelastik
DLR